

# Графическое параллельное программирование на примере задачи выявления сообществ в графах

**Аркадий Климов**

[Arkady.Klimov@gmail.com](mailto:Arkady.Klimov@gmail.com)

Институт проблем проектирования в микроэлектронике РАН

**GraphHPC-2016**

**МГУ им. М.В.Ломоносова, Москва**

**3 марта 2016**

# История появления доклада

На GraphHPC-2015 был представлен доклад Александра Позднеева «[Алгоритм выделения сообществ в графах для параллельных компьютеров с распределенной памятью](#)» — по материалам статьи X.Que, F. Checonni, F.Petrini, J.Gunnels “[Scalable community detection with the Louvain algorithm](#)” [QCPG], которая на тот момент еще не была опубликована. В нем предлагалось использование хеш-таблиц для поддержки обмена информацией.

Я увидел много сходства с моделью вычислений потока данных (ПД), где в *реализации* используются хеш-таблицы при приеме сообщений. Захотелось выразить этот алгоритм на языке потоков данных.

Летом я получил текст статьи [QCPG] и смог реализовать свое желание. Детали алгоритма уточнялись в прямой переписке с авторами. Результат предлагаю вашему вниманию.

Основная задача доклада — на примере данного алгоритма показать изобразительные средства языка программирования. Для облегчения понимания используется графическая форма языка ПД. Язык находится в процессе становления.

Сам алгоритм не существен, но нужен для понимания изображаемого в языке. Поэтому с него и начнем (очень коротко).

# План доклада

- Понятия о графах
- Задача о разбиении графа и модулярность
- Лувенский метод
  - А. Общая идея
  - В. Последовательный алгоритм
  - С. Параллельный алгоритм
- Параллельный метаязык (Pamela)
- Параллельный алгоритм выявления сообществ (Лувенским методом) на графическом языке Pamela-G (на одном слайде)

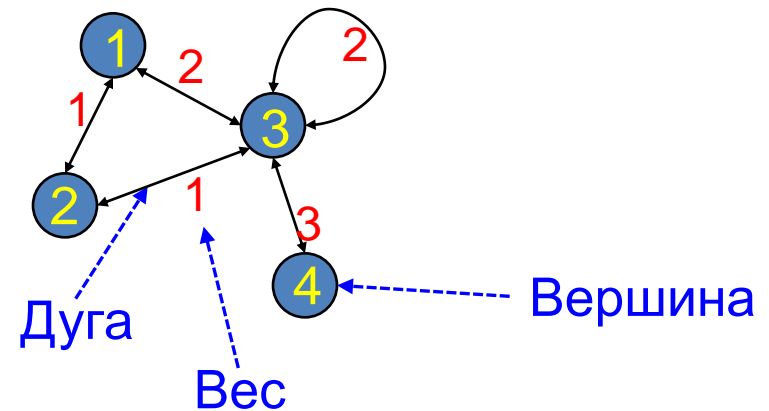
# Графы. Общие сведения

Граф  $G = (V, E, W)$

$V$  – множество вершин ( $u, v, \dots$ )

$E$  – множество дуг ( $u \rightarrow v$ )

$W: E \rightarrow \mathbb{R}$  (весовая функция)

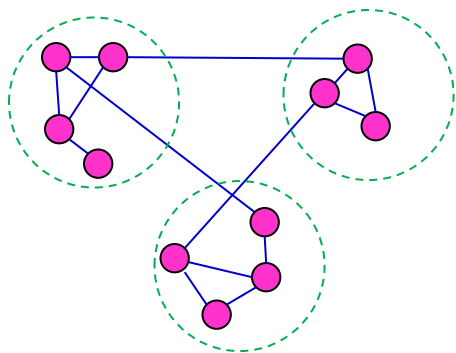


- $n = |V|$  (число вершин)
- Дуги имеют кратности, или веса (0, если дуги нет)
- Граф симметричный:  $w_{uv} = w_{vu}$ .
- Граф задан весовой матрицей  $W$ :
- На диагонали – удвоенный вес.
- Вес вершины:

$$w_u = \sum_v w_{uv}$$

0	1	2	0
1	0	1	0
2	1	4	3
0	0	3	0

# Модулярность – мера качества разбиения



*Кластеризация* – разбиение на непересекающие подмножества (сообщества).

Хорошо, если внутренних связей много, внешних мало.

Модулярность – мера качества разбиения

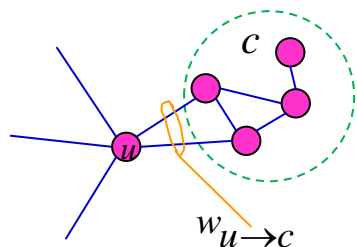
% внутренних дуг  
(по числу концов)

% внутренних дуг для случайного графа  
при тех же степенях вершин

*Modularity*

[M.E.J. Newman, 2004]

$$Q = \sum_{c \in C} \left[ \frac{\Sigma_{in}^c}{2m} - \frac{(\Sigma_{tot}^c)^2}{4m^2} \right]$$

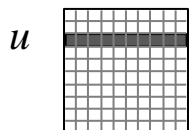


*Выигрыш от присоединения  
изолированной вершины u  
к сообществу C :*

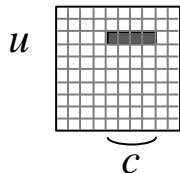
$$\Delta Q_{u \rightarrow c} = \frac{w_{u \rightarrow c}}{2m} - \frac{w_u * \Sigma_{tot}^c}{2m^2}$$

Используемые величины (обозначения из статьи X.Que et al):

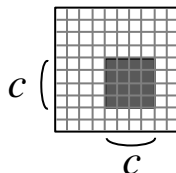
$$w_u = \sum_{v \in V} w_{uv}$$



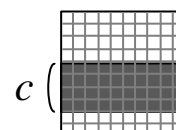
$$w_{u \rightarrow c} = \sum_{v \in C} w_{uv}$$



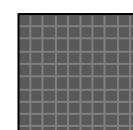
$$\Sigma_{in}^c = \sum_{u \in C} w_{u \rightarrow c}$$



$$\Sigma_{tot}^c = \sum_{u \in C} w_u$$

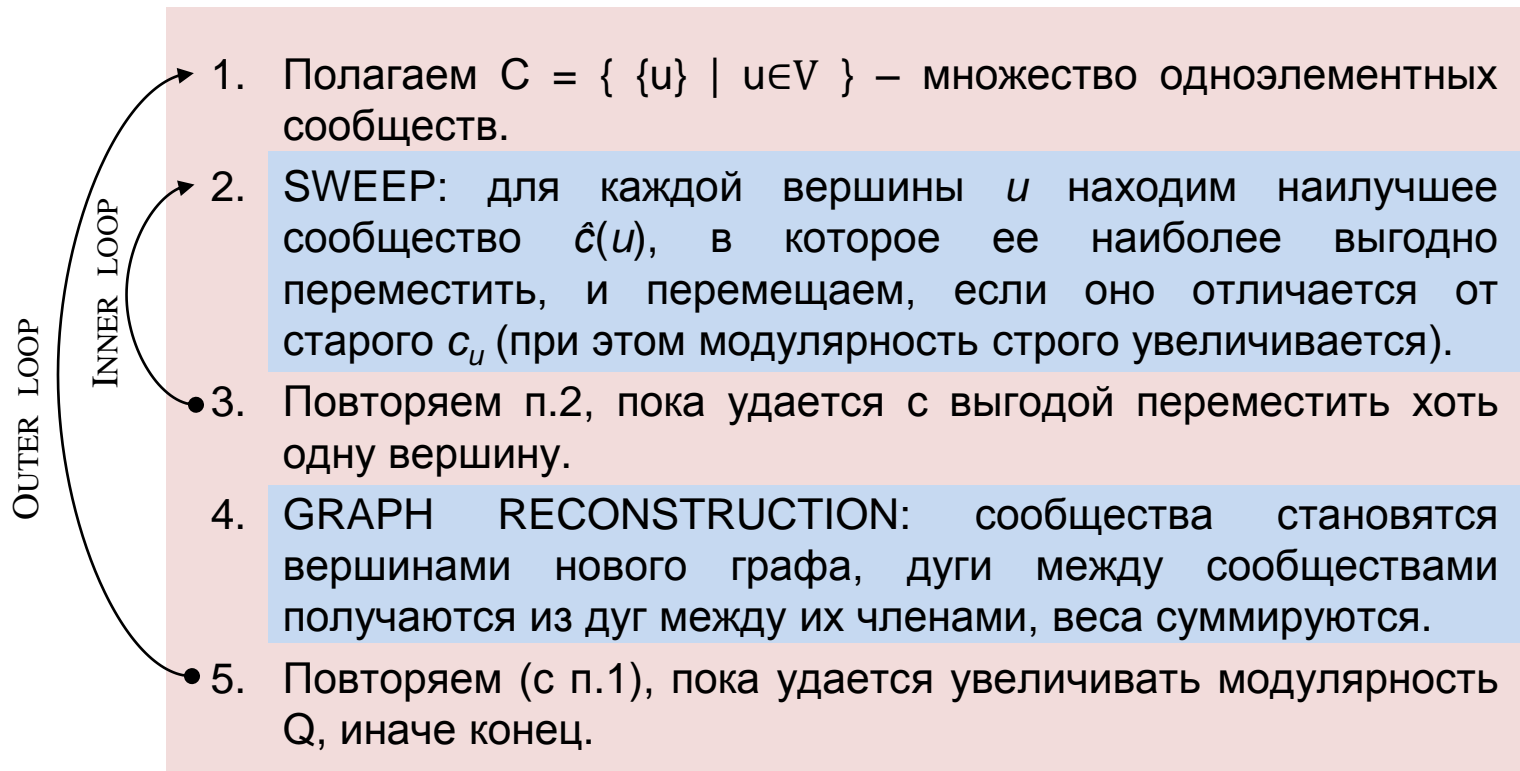


$$2m = \sum_{u \in V} w_u$$



# Лувенский алгоритм. Идея.

*Предложен группой студентов, обучавшихся в Лувенском университете (Бельгия) до 2008 года*

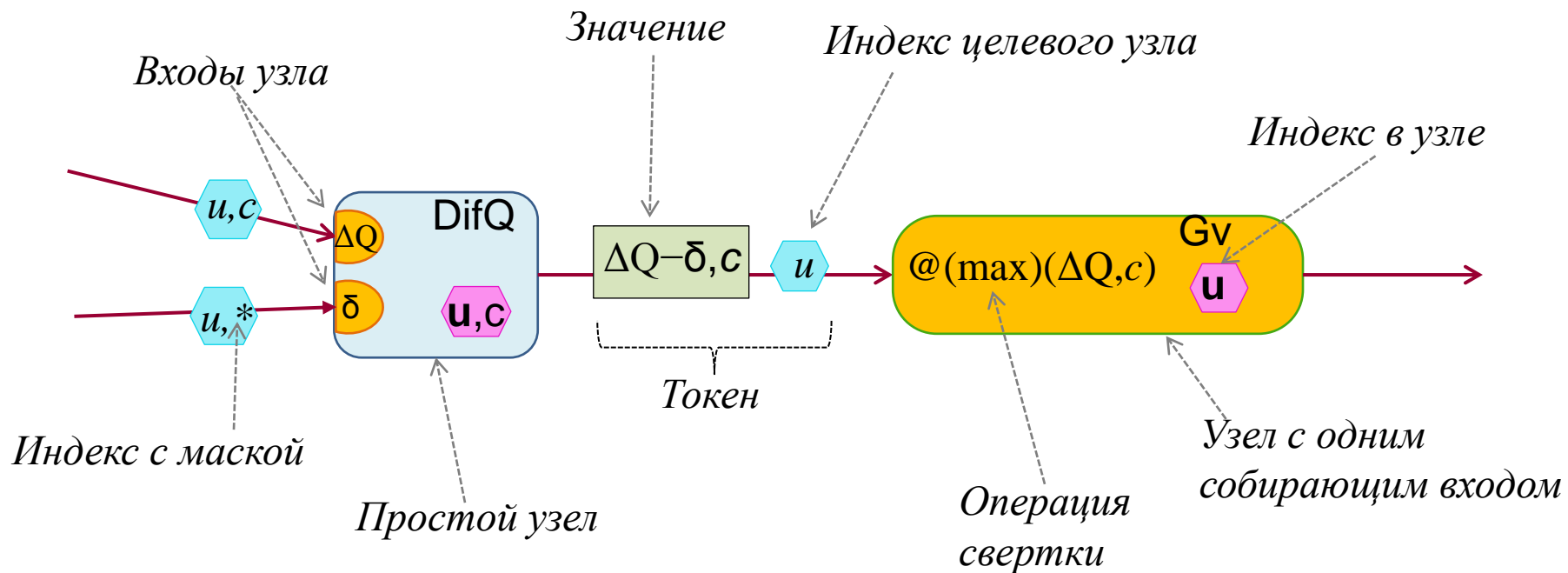


*Можно распараллелить пп. 2 и 4, но без гарантии монотонности в п.2*

*Проблема 1. Вычисление  $w_{u \rightarrow c}$  в распределенной среде.*

*Проблема 2. Конфликты: одни перемещения влияют на величину выигрышей других перемещений. Возможны проблемы со сходимостью.*

# Элементы языка Pamela-G

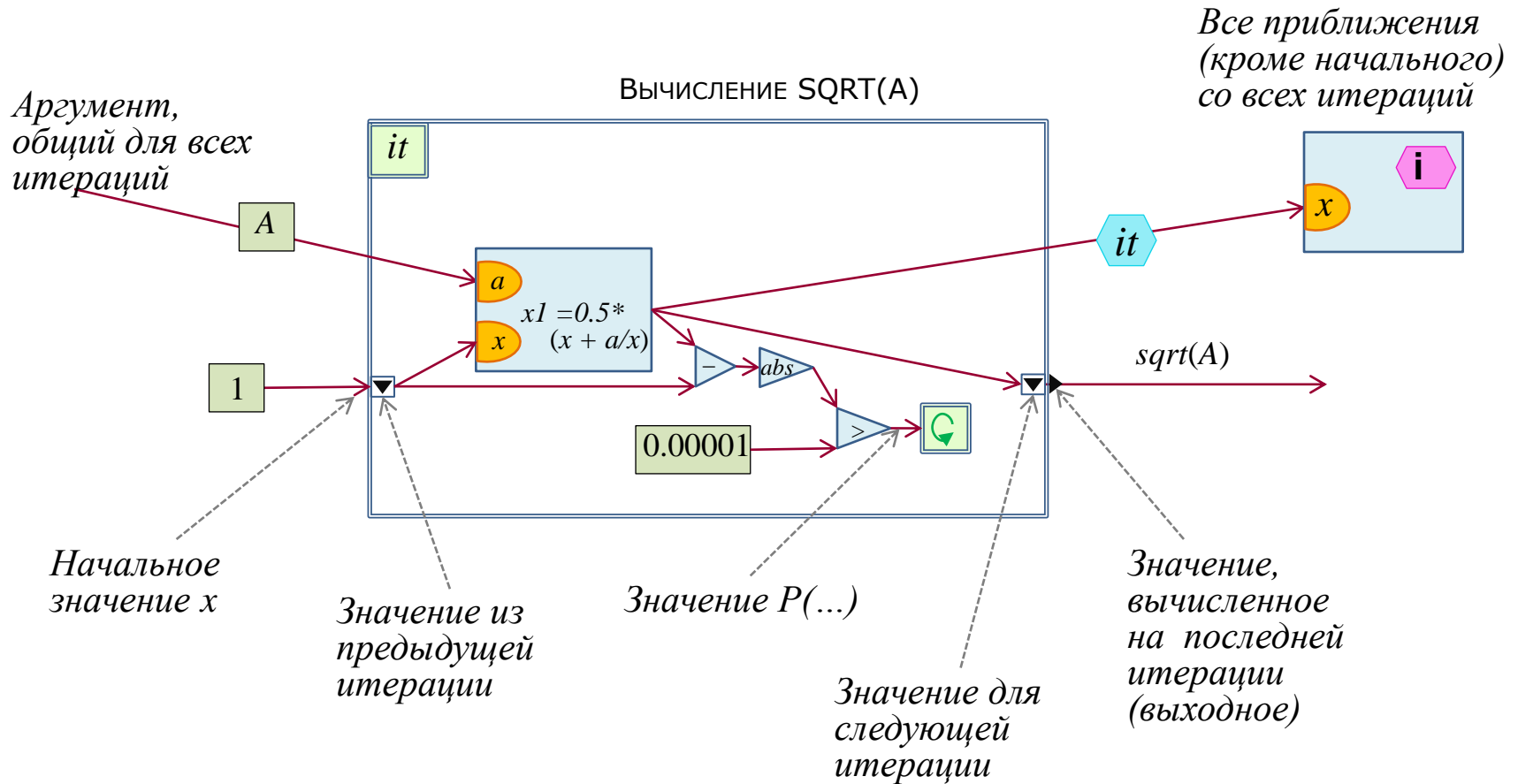


Узлы имеют индексы  $i$  и передают друг другу токены  $val - i$ .  
 Выражения в токене вычисляются в среде узла-отправителя.  
 Семейства однотипных узлов реализуются хеш-таблицами по индексам.  
 Узел (с конкретным индексом  $i_1$ ) срабатывает (и выполняет предусмотренные в нем действия), когда прибывшие токены присутствуют на всех его входах  $x$ .  
 Элемент хеш-таблицы создается по приходу первого токена с данным индексом.  
 Собирающий узел (вход)  $@(op)name$ : по первому токену элемент создается, последующие к нему добавляются.

# Элементы языка Patela-G. Итерация

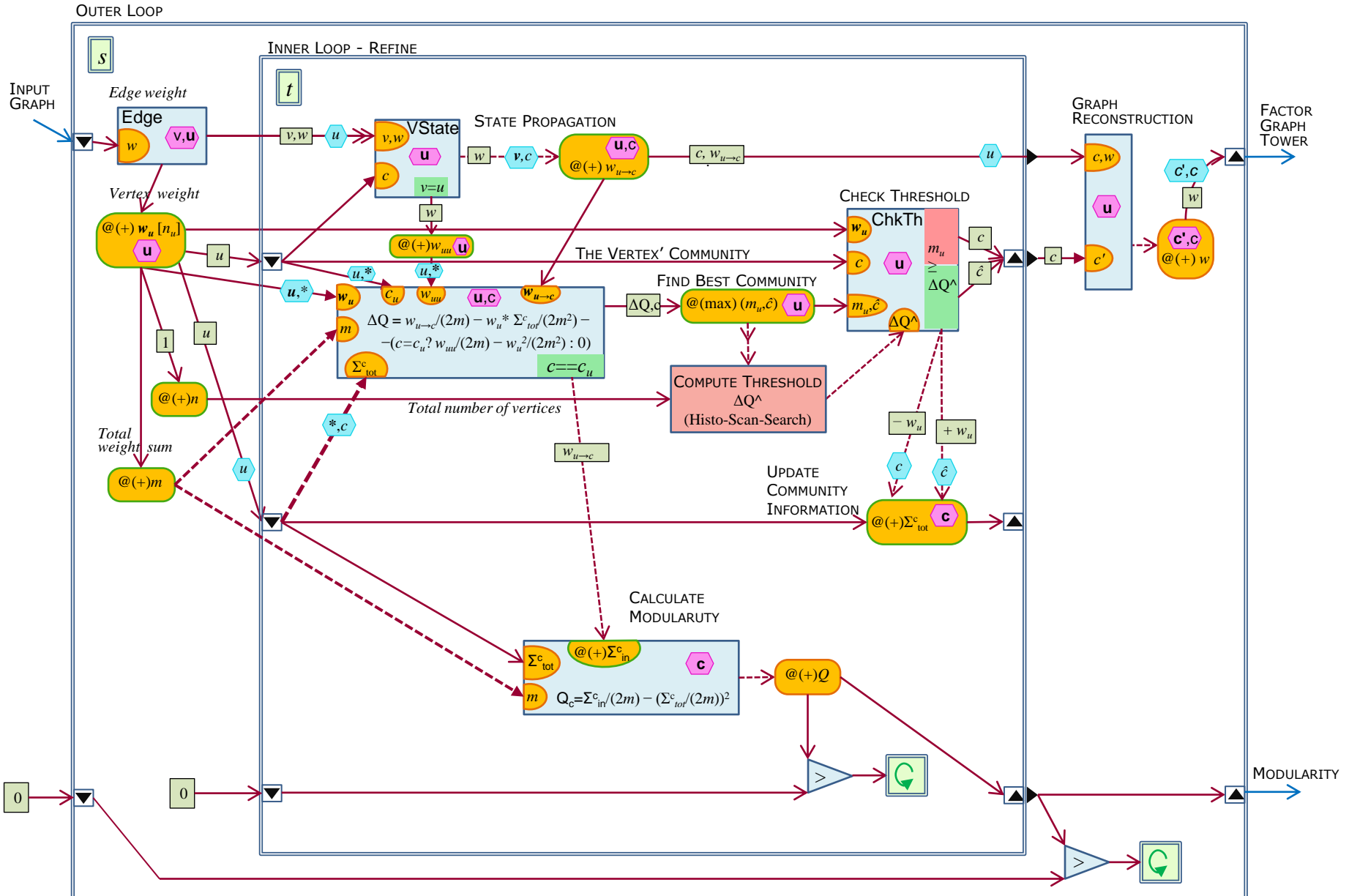
(средство заимствовано из системы LabVIEW от NI)

**for** ( $it=0$ ;  $P(\dots)$  ;  $it++$ ) { ... }



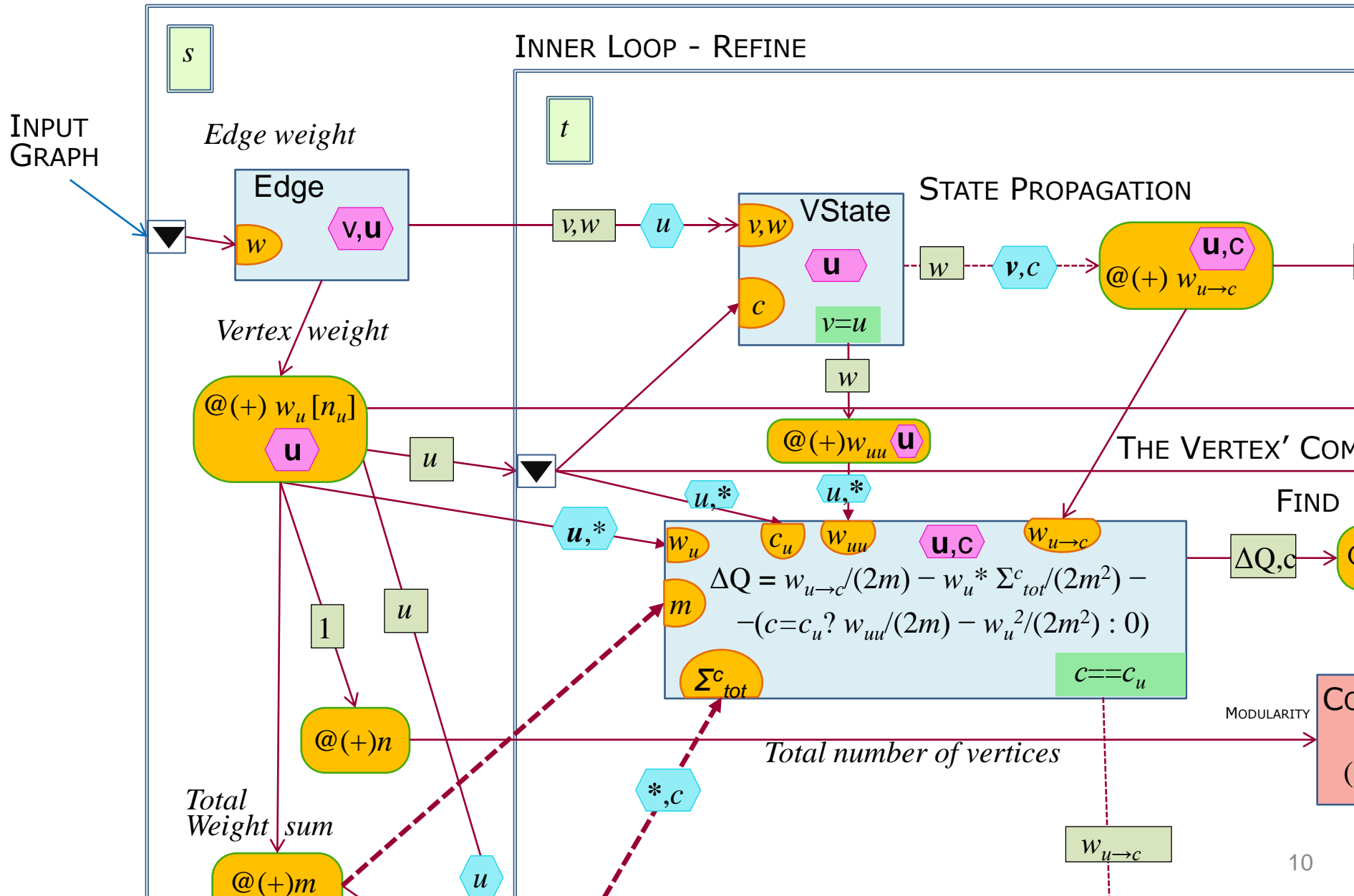


# The Louvain Algorithm Flowgraph



# The Louvain Algorithm Flowgraph (the previous slide zoomed)

## OUTER LOOP



# The Louvain Algorithm Flowgraph (the previous slide zoomed)

OUTER LOOP

INNER LOOP - REFINE

INPUT

S

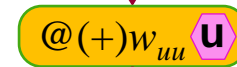
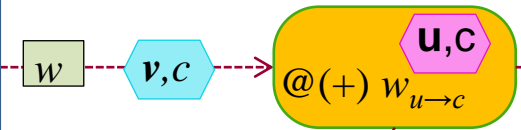
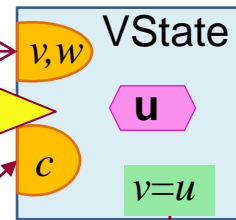
Фрагмент алгоритма из статьи [QCPG]:

```

1 function STATE PROPAGATION
2 begin
3   // Scan In_Table and send messages.
4   for  $((v,u),w) \in In\_Table_p$  do
5     send  $((v,c),w)$  to process  $p'$  ( $v \in V_{p'}, u \in c$ ) ;
6   // Update Out_Table.
7   for  $((u,c),w)$  received do
8     if  $\exists ((u,c),w') \in Out\_Table_p$  then
9        $w' \leftarrow w' + w$ 
10    else
11      place the triple with linear probing ;

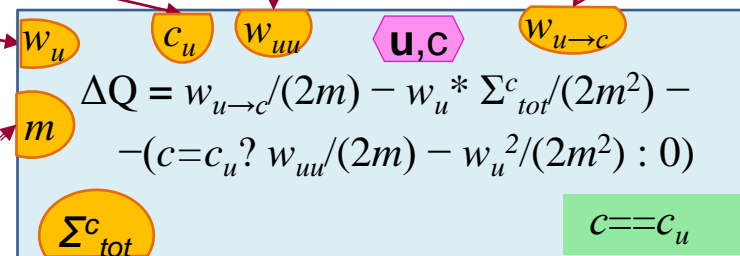
```

STATE PROPAGATION



THE VERTEX' COM

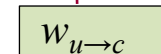
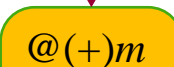
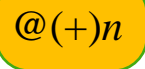
FIND



MODULARITY

Total number of vertices

Total Weight sum



# Заключение

1. Представлен язык PAMELA(G) = PArallel MEta LAnguage.
2. Предназначен для выражения чистой математической структуры алгоритмов. Описание может быть исполнено!
3. Сверхзадача – уметь быстро конкретизировать до эффективных программ в разных платформах и парадигмах, дополнительно управляя распределением, представлением информации и т.п.
4. Индексирование (узлов и токенов) – основная «фича» языка, расширение старой парадигмы dataflow. Обеспечивает:
  - семантическую выразительность (ср. Map-Reduce)
  - управление распределением по пространству-времени в распределенных системах.
5. Графическая форма улучшит обзорность кода, повысит продуктивность разработки, отладки, анализа, поиска «узких мест» и т.п.
6. Надо больше экспериментировать, пробовать выражать разные алгоритмы, проводить их преобразования в традиционные языки.
7. Приглашаем к сотрудничеству! Приходите со своими задачами!
8. Только совместно сможем создать мощный инструмент!

# Ссылки

1. M. E. J. Newman. Analysis of weighted networks. Physical review E, vol. 70, no. 5, p. 056131, Nov. 2004. – *вводит понятие модулярности.*
2. V. Blondel, J. Guillaume, R. Lambiotte, and E. Lefebvre. Fast unfolding of communities in large networks. Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment, 2008(10):P10008, 2008. – *последовательный Лувенский алгоритм.*
3. S. Fortunato. Community detection in graphs. Physics Reports, 486, no. 3-5, pp. 75 – 174, 2010. – *очень хороший обзор методов.*
4. Xinyu Que, Fabio Checconi, Fabrizio Petrini, John A. Gunnels. Scalable Community Detection with the Louvain Algorithm. 2015 IEEE 29th International Parallel and Distributed Processing Symposium, pages 28–37, May 2015. – *статья, вдохновившая данный доклад [QCPG].*
5. <http://labview-rus.blogspot.ru/> . – *о LabVIEW по-русски.*